数学 選抜試験 模範解答 新中3

■採点基準
単位の重複は可。

1 次の問いに答えなさい。

問１　次の(1)～(6)の計算をしなさい。

（１）$-15-(-10)+(-3)$

(1) -8

（２）$(-6^2)\div\dfrac{9}{14}-15\times(-4)$

(2) 4

（３）$\{20-(-2+6)^2\}\times(-7)$

(3) -28

（４）$\dfrac{3}{2}x+\dfrac{4}{3}x-2x$

(4) $\dfrac{5}{6}x$

（５）$3(3a^2-a-3)-(4a^2-9)$

(5) $5a^2-3a$

（６）$(-8a^3b^3)\div(-6a)\div(2ab)^2$

(6) $\dfrac{1}{3}b$

問２　次の(1)～(3)の方程式を解きなさい。

（１）$3x-10=18-4x$

(1) $x=$ 4

（２）$\dfrac{x}{5}-\dfrac{x+1}{2}=4$

両辺×10より
$2x-5(x+1)=40$

(2) $x=$ -15

（３）$\begin{cases} 4(x+y)=11-(x-y) \cdots ① \\ x+y=3 \cdots ② \end{cases}$

$\begin{cases} 5x+3y=11 \cdots ①' \\ x+y=3 \cdots ② \end{cases}$

(3) $x=$ 1 ，$y=$ 2

2 次の問いに答えなさい。

問１　3つの数 $\{-0.3,\ -0.3^2,\ -0.9\}$ を，左から小さい順に並べなさい。

$-0.3^2=-0.09$

問１ $-0.9,\ -0.3,\ -0.3^2$

問２　$A=5x-y$，$B=3x+2y$ のとき，$\dfrac{A}{6}-\dfrac{B}{4}$ を計算しなさい。

$\dfrac{5x-y}{6}-\dfrac{3x+2y}{4}=\dfrac{2(5x-y)-3(3x+2y)}{12}=\dfrac{x-8y}{12}$

問２ $\dfrac{x-8y}{12}$

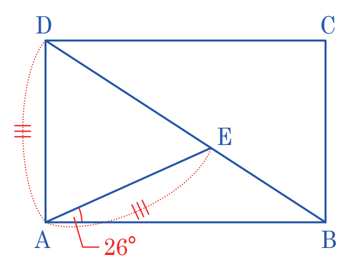
問３　A地点からB地点までの道のりを歩いて往復したとき，行きは20分，帰りは16分かかりました。行きの歩く速さが分速60mのとき，帰りの歩く速さは分速何mですか，求めなさい。

A地点からB地点までの道のりは
$60\times20=1200$(m)

帰りの速さは
$1200\div16=75$ より，分速75m

問３ 分速 75 m

問４　右の図の四角形ABCDは長方形です。対角線BD上に AD＝AE となる点Eをとります。∠BAE＝26° のとき，∠ABDの大きさを求めなさい。



∠DAE＝90°－26°＝64°
∠ADE＝(180°－64°)÷2＝58°
∠ABD＝180°－90°－58°＝32°

問４ 32 度

問５　xが2増加するとyは6減少し，$x=5$ のとき $y=-11$ である一次関数の式を求めなさい。

求める直線の式を $y=ax+b$ とすると
変化の割合$a=\dfrac{-6}{2}=-3$

$y=-3x+b$ に $x=5$，$y=-11$ を代入して
$-11=-3\times5+b$ より，$b=4$

問５ $y=-3x+4$

問６　側面のおうぎ形の半径が20cm，中心角の大きさが90度の円錐の表面積を求めなさい。ただし，円周率はπとします。

底面の円の半径を$r$cmとすると
$\dfrac{r}{20}\times360°=90°$ より，$r=5$

円錐の表面積は
$\pi\times5^2+\pi\times20\times5=125\pi$ (cm²)

問６ 125π cm²

問７　千の位の数が6であるような4桁の自然数をAとします。また，自然数Aの千の位の数を一の位に移動し，残りの位の数をそのまま1桁ずつ左にずらしてできる自然数をBとします。自然数Aが自然数Bの3倍より920小さいとき，自然数Aを求めなさい。

自然数Aの下3桁の数をxとすると
自然数A … $6000+x$，自然数B … $10x+6$

(式) $6000+x=3(10x+6)-920$
これを解いて，$x=238$

問７ 6238

問８　$4\leqq a\leqq6$，$-2\leqq b\leqq3$ のとき，$2a-5b$ の値の範囲を，不等号を使った式で表すと，$\boxed{ア}\leqq 2a-5b\leqq\boxed{イ}$ になります。$\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ に当てはまる数を，それぞれ答えなさい。

$4\leqq a\leqq6$ を2倍して
$8\leqq 2a\leqq12 \cdots ①$
$-2\leqq b\leqq3$ を5倍して
$-10\leqq 5b\leqq15 \cdots ②$

②に-1をかけると，すべての符号が変わるため，大小関係が逆になるので
$10\geqq -5b\geqq -15$
不等号の向きを①にそろえて
$-15\leqq -5b\leqq10 \cdots ②'$

①＋②'より
$8-15\leqq 2a-5b\leqq 12+10$
$_{ア}\underline{-7}\leqq 2a-5b\leqq{}_{イ}\underline{22}$

問８ ア -7 イ 22

3　次の問いに答えなさい。

問１　等式 $\frac{1}{2a}+\frac{3}{4a}=\frac{5}{6}$ を成り立たせるaの値を求めなさい。ただし，aは0ではないものとします。

両辺×$12a$

$6+9=10a$ より，$a=\frac{3}{2}$

問１　$a=\frac{3}{2}$

問２　2種類の商品A，Bの原価の合計は6000円です。商品A，Bの両方に原価の2割の利益を見込んで定価をつけました。ところが，両方ともに売れなかったので，商品Aは定価の2割引きで，商品Bは定価の1割引きで売ったところ，2つの商品を合わせた利益は360円になりました。このとき，商品A，Bの原価はそれぞれ何円ですか。商品Aの原価をx円，商品Bの原価をy円として連立方程式をつくり，求めなさい。

問２

（式）$\begin{cases} x+y=6000 \cdots ① \\ \frac{12}{10}x\times\frac{8}{10}+\frac{12}{10}y\times\frac{9}{10}=6360 \cdots ② \end{cases}$

（計算）②を整理して

$8x+9y=53000 \cdots ②'$

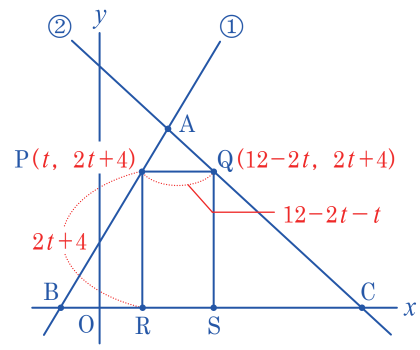
①×9−②′より，$x=1000$

①に $x=1000$ を代入して

$1000+y=6000$ より，$y=5000$

（答）　商品A…1000円，商品B…5000円

4　右の図のように，関数 $y=2x+4 \cdots ①$ と関数 $y=-x+16 \cdots ②$ のグラフの交点をAとし，関数①，②のグラフとx軸との交点をそれぞれB，Cとします。また，線分AB，AC上にy座標が等しい点P，Qをそれぞれとり，四角形PRSQが長方形になるような点R，Sをx軸上にとります。次の問いに答えなさい。



問１　△ABCの面積を求めなさい。

A(4，12)，B(−2，0)，C(16，0)

$18\times12\times\frac{1}{2}=108$

問１　108

やや難　問２　PR：PQ＝2：1のとき，点Pの座標を求めなさい。

点Pのx座標をtとすると，P(t，$2t+4$)

関数②に $y=2t+4$ を代入して

$2t+4=-x+16$ より，$x=12-2t$

点Qの座標は，Q($12-2t$，$2t+4$)

PR：PQ＝2：1 より

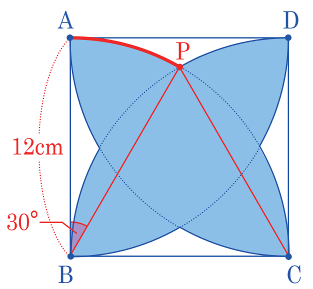
$(2t+4):(12-2t-t)=2:1$

これを解いて，$t=\frac{5}{2}$

問２　P（$\frac{5}{2}$，9）

5　次の問いに答えなさい。

問１　右の図１は，1辺の長さが12cmの正方形ABCDと，点A, B, C, Dを中心とする半径の長さが12cm，中心角の大きさが90度の4つのおうぎ形を重ねた図形です。右の図１の〔図形〕の部分の周りの長さを求めなさい。ただし，円周率はπを用いなさい。



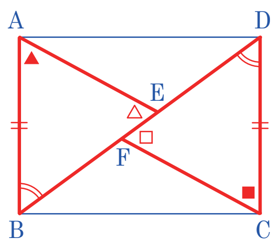
∠PBC＝60°，∠ABP＝90°−60°＝30°

求める長さは弧APの8倍なので

$2\pi\times12\times\frac{30}{360}\times8=16\pi$ (cm)

問１　16π cm

やや難　問２　右の図２の四角形ABCDは長方形で，対角線BD上に AE//CF となる点E，Fをとります。このとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



AE//CF より，△＝□

△ABEの内角より，▲＝180°−∠ABE−△

△CDFの内角より，■＝180°−∠CDF−□

よって，▲＝■

問２

（証明）

△ABEと△CDFにおいて

AB＝CD（長方形の対辺）…①

AB//DC より

∠ABE＝∠CDF（錯角）…②

AE//CF より

∠AEB＝∠CFD（錯角）…③

△ABE，△CDFの内角より

∠BAE＝180°−∠ABE−∠AEB…④

∠DCF＝180°−∠CDF−∠CFD…⑤

②，③，④，⑤より

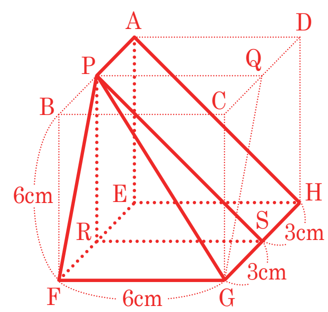
∠BAE＝∠DCF…⑥

①，②，⑥より，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ABE≡△CDF

6　次の問いに答えなさい。

やや難　問１　1辺の長さが6cmの立方体ABCD-EFGHがあり，辺AB，CDの中点をそれぞれP，Qとします。立方体ABCD-EFGHを，4点P，Q，G，Fを通る平面で切断し，面EFGHを含む方の立体を立体Xとします。次に，立体Xを，4点A，P，G，Hを通る平面で切断し，面EFGHを含む方の立体を立体Yとします。このとき，立体Yの体積を求めなさい。



右の図のように，立体Yを三角柱AEH-PRSと四角錐P-FGSRに分けて体積を求める。

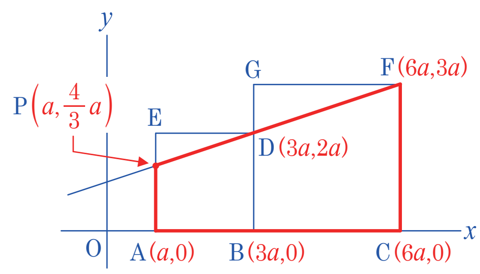
$6\times6\times\frac{1}{2}\times3+\frac{1}{3}\times6\times3\times6$

$=54+36$

$=90$ (cm³)

問１　90 cm³

難　問２　右の図のように，x軸上の $x>0$ の部分に，原点に近い方から3点A，B，Cをとり，線分AB，線分BCをそれぞれ1辺とする正方形ABDE，正方形BCFGをつくります。また，点Aのx座標をaとし，正方形ABDEの1辺長さを$2a$，正方形BCFGの1辺の長さを$3a$とします。直線DFと辺AEの交点をPとするとき，台形ACFPの面積を，aを使った最も簡単な式で表しなさい。



直線DFは傾きが$\frac{1}{3}$，D($3a$，$2a$)を通るので

直線DFの式は，$y=\frac{1}{3}x+a$

点Pの座標は，P$\left(a，\frac{4}{3}a\right)$

台形ACFPの面積は

$\left(\frac{4}{3}a+3a\right)\times5a\times\frac{1}{2}=\frac{65}{6}a^2$

問２　$\frac{65}{6}a^2$