数学選抜試験 模範解答 新中3

■採点基準
単位の重複は可。同値式は可。

1 次の問いに答えなさい。

問１　次の(1)～(4)の計算をしなさい。

（１）$-6-(+4)-(-2)+5$
$=-10+7$
$=-3$

（２）$-2^5\div(-4)-(+13)$
$=8-13$
$=-5$

（３）$3(x^2-2x)-(4x^2-9x)$
$=3x^2-6x-4x^2+9x$
$=-x^2+3x$

（４）$5xy\div(-10x)\times3y$
$=-\dfrac{5xy\times3y}{10x}$
$=-\dfrac{3}{2}y^2$

問２　次の(1)～(4)の方程式を解きなさい。

（１）$17x-28=32+5x$
$12x=60$
$x=5$

（２）$\dfrac{x-1}{3}+1=\dfrac{x+2}{4}$
$4(x-1)+12=3(x+2)$
$4x-4+12=3x+6$
$x=-2$

（３）$\begin{cases}2(x+8)-y=22\\y=9x+1\end{cases}$
$\begin{cases}2x-y=6\\y=9x+1\end{cases}$ を解いて，$x=-1$，$y=-8$

（４）$2x+y=3x+2y-1=4$
2つの式に分けて
$\begin{cases}2x+y=4\\3x+2y-1=4\end{cases}$ を解いて，$x=3$，$y=-2$

問１	(1)	-3
	(2)	-5
	(3)	$-x^2+3x$
	(4)	$-\dfrac{3}{2}y^2$
問２	(1)	$x=$ 5
	(2)	$x=$ -2
	(3)	$x=$ -1，$y=$ -8
	(4)	$x=$ 3，$y=$ -2

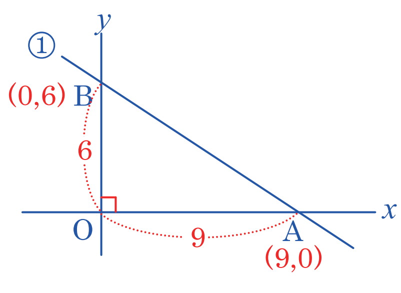
2 次の問いに答えなさい。

問１　1辺がx cmの正六角形があります。この正六角形の周の長さをy cmとするとき，yをxの式で表しなさい。
正六角形は6つの辺の長さが等しいので，$y=x\times6$

問２　$a=5$，$b=-2$のとき，$8a+5b-3(a-2b)$の値を求めなさい。
式を簡単にして
$8a+5b-3a+6b=5a+11b$
この式に$a=5$，$b=-2$を代入して
$5\times5+11\times(-2)=25-22$
$=3$

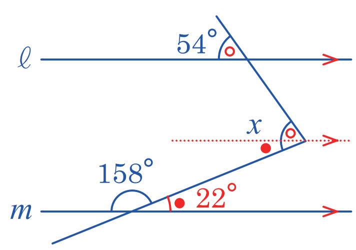
問３　反比例$y=\dfrac{30}{x}$において，xの変域が$3\leqq x\leqq5$のときのyの変域を求めなさい。
$y=\dfrac{30}{x}$に$x=3$，$x=5$をそれぞれ代入して
$x=3$のとき，$y=\dfrac{30}{3}=10$　$x=5$のとき，$y=\dfrac{30}{5}=6$　よって，$6\leqq y\leqq10$

問４　右の図のように，1次関数$y=-\dfrac{2}{3}x+6$…①のグラフとx軸，y軸との交点をそれぞれA，Bとします。このとき，△BOAの面積を求めなさい。
$y=-\dfrac{2}{3}x+6$に$y=0$を代入して
$0=-\dfrac{2}{3}x+6$より，$x=9$　A(9，0)
よって，切片より，B(0，6)とわかるので
$\triangle BOA=\dfrac{1}{2}\times9\times6=27$



問５　縦が3cm，横が5cm，高さが4cmの直方体の表面積を求めなさい。
直方体は，合同な長方形が3組あるので
$(3\times5+5\times4+3\times4)\times2=94(cm^2)$

問６　右の図で，$\ell // m$のとき，$\angle x$の大きさを求めなさい。
右の図のように，2直線ℓ，mに平行な補助線をひいて
$\angle x=54^\circ+22^\circ=76^\circ$



問７　平行四辺形ABCDがAC＝BDの条件を満たすとき，この四角形の名称を答えなさい。
AC＝BDより，2つの対角線の長さが等しいので，長方形とわかる。

問８　大小2個のさいころを同時に投げるとき，出た目の数の積が4の倍数となる確率を求めなさい。
さいころの目の出方は，全部で，6×6＝36(通り)
このうち，出た目の数の積が4の倍数となるのは
(1，4)，(2，2)，(2，4)，(2，6)，(3，4)，(4，1)，(4，2)，(4，3)，
(4，4)，(4，5)，(4，6)，(5，4)，(6，2)，(6，4)，(6，6)の15通り。　よって，求める確率は，$\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$

問１	$y=6x$
問２	3
問３	$6\leqq y\leqq10$
問４	27
問５	94 cm^2
問６	76 度
問７	長方形
問８	$\dfrac{5}{12}$

3 次の問いに答えなさい。

問1　x，yについての連立方程式 $\begin{cases} 3x-9y=a \\ 4x-y=7 \end{cases}$ の解が，2元1次方程式$x+2y=4$を満たすとき，aの値を求めなさい。

$\begin{cases} 4x-y=7 \\ x+2y=4 \end{cases}$

これを解いて，$x=2$，$y=1$

よって，$3x-9y=a$に$x=2$，$y=1$を代入して

$3\times2-9\times1=a$より，$a=-3$

問2　P地点からQ地点までは5km離れています。A君は午前9時にP地点を，B君はその2分後にQ地点をそれぞれ出発して，互いに向かい合って走り始めました。A君の速さを分速250m，B君の速さを分速200mとするとき，2人が出会う時刻を求めなさい。

A君とB君が出会う時刻を9時x分とすると，2人が出会うまでに進む距離は

A君…分速250mでx分間 ⇒ $250x$ m

B君…分速200mで$(x-2)$分間 ⇒ $200(x-2)$ m

と表せる。

（式）$250x+200(x-2)=5000$

これを解いて，$x=12$

やや難 問3　りんごとみかんを子どもたちに同じ数ずつ配っていきます。子ども1人に配られるりんごとみかんの個数の比を3：4にすると，りんごとみかんはそれぞれ3個ずつ余ります。また，子ども1人に配られるりんごとみかんの個数の比を2：3にすると，りんごは3個余り，みかんは9個不足します。はじめにあったりんごの個数をx個，みかんの個数をy個として連立方程式をつくり，はじめにあったりんごとみかんの個数をそれぞれ求めなさい。

りんごとみかんを子どもたちに配るために必要な個数について考えると

個数の比が3：4のとき

⇒ りんごは$(x-3)$個，みかんは$(y-3)$個

個数の比が2：3のとき

⇒ りんごは$(x-3)$個，みかんは$(y+9)$個

問1	$a=$　-3
問2	9時　12　分
問3	（式）$\begin{cases} (x-3):(y-3)=3:4 \cdots ① \\ (x-3):(y+9)=2:3 \cdots ② \end{cases}$ （計算） ①より，$4x-3y=3 \cdots ①'$ ②より，$3x-2y=27 \cdots ②'$ $②'\times3-①'\times2$より，$x=75$ $①'$に$x=75$を代入して $300-3y=3$より，$y=99$ （答）りんご 75 個 みかん 99 個

4 右の図のように，座標平面上に3点A(6，0)，B(2，8)，C(−2，5)があります。次の問いに答えなさい。

問1　直線ABの式を求めなさい。

2点A(6，0)，B(2，8)より，直線ABの傾きは $\dfrac{8}{-4}=-2$

これより，$y=-2x+b$にA(6，0)を代入して

$0=-12+b$より，$b=12$

難 問2　x軸上の$x<0$の部分に点Pをとり，△ABPの面積が四角形OABCとの面積と等しくなるようにします。このとき，点Pのx座標を求めなさい。

右の図で，△BCO＝△BPOより，CP//BO

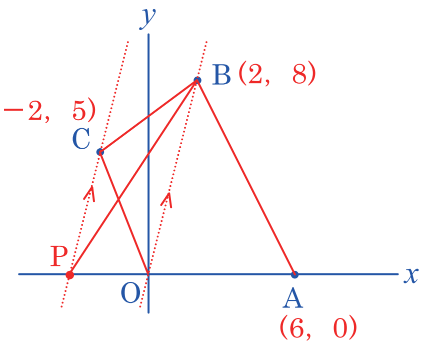
これより，$y=4x+n$にC(−2，5)を代入して

$5=-8+n$より，$n=13$

よって，直線CPの式は，$y=4x+13$

$y=4x+13$に$y=0$を代入して

$0=4x+13$より，$x=-\dfrac{13}{4}$



問1	$y=-2x+12$
問2	$-\dfrac{13}{4}$

5 次の問いに答えなさい。

問1　正n角形の内角の和が1440°となるとき，nの値を求めなさい。

内角の和が1440°なので

$180(n-2)=1440$　$n-2=8$　$n=10$

やや難 問2　右の図で，四角形ABCD，DEFGはともに正方形です。このとき，AE＝CGであることを証明しなさい。

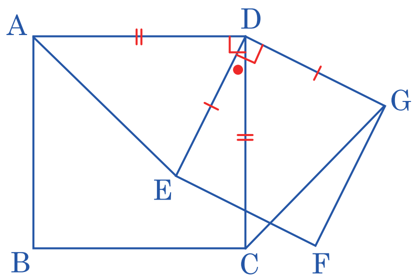
右の図で

∠ADE＝90°−●

∠CDG＝90°−●

よって，∠ADE＝∠CDGであることを導いて

△AED≡△CGDを証明する。



問1	$n=$　10
問2	（証明） △AEDと△CGDにおいて AD＝CD（正方形）…① DE＝DG（正方形）…② ∠ADE＝90°−∠EDC ∠CDG＝90°−∠EDC ∠ADE＝∠CDG…③ ①，②，③より，2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△AED≡△CGD よって，AE＝CG

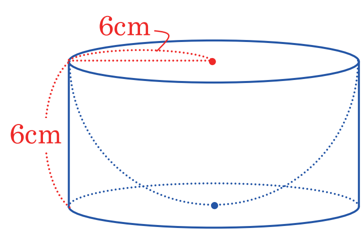
6 次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとします。

問1　右の図は，半径と高さが6cmの円柱から，同じ半径の半球をくりぬいた立体です。この立体の体積を求めなさい。

円柱の体積＝$\pi\times6^2\times6=216\pi$ (cm³)

半球の体積＝$\dfrac{4}{3}\pi\times6^3\times\dfrac{1}{2}=144\pi$ (cm³)

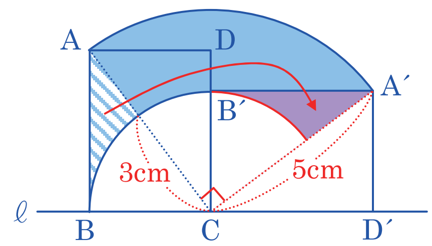
よって，$216\pi-144\pi=72\pi$ (cm³)



やや難 問2　右の図のように，AB＝4cm，BC＝3cm，AC＝5cmの長方形ABCDを，直線ℓにそってすべることなく転がして，長方形A′B′CD′の位置まで回転させます。辺ABが通過したあとにできる図形（図の　の部分）の面積を求めなさい。

右の図のように，　の部分を　に移動させると，半径5cmのおうぎ形の面積から半径3cmのおうぎ形の面積をひいて求めることができるので

$\pi\times5^2\times\dfrac{90}{360}-\pi\times3^2\times\dfrac{90}{360}=\dfrac{25}{4}\pi-\dfrac{9}{4}\pi=4\pi$ (cm²)



問1	72π　cm³
問2	4π　cm²