

# 数学選抜試験 模範解答

新中2

■採点基準  
単位の重複は可。

1 次の問いに答えなさい。

問1 次の(1)～(4)の計算をしなさい。

(1)  $21 + (-15) - 4$

(1)

(2)  $(-48) \div (-4) \times (-6)$

$= -\frac{48 \times 6}{4}$

(2)

(3)  $\{(-8)^2 - (-6^2)\} \times (-5)$   
 $= \{64 - (-36)\} \times (-5)$   
 $= 100 \times (-5)$

(3)

(4)  $\{30 \div (15 - 18) + 6\}^3$   
 $= \{30 \div (-3) + 6\}^3$   
 $= (-10 + 6)^3$   
 $= (-4)^3$

(4)

問2 次の(1)～(4)の計算をしなさい。

(1)  $0.3x - x - (-1.2x)$

(1)

(2)  $(27a - 9) \div (-9)$

(2)

(3)  $\frac{x}{4} + 3 + \frac{5}{12}x - 1 = \frac{3}{12}x + 3 + \frac{5}{12}x - 1$   
 $= \frac{8}{12}x + 2$

(3)

(4)  $20\left(\frac{3x+2}{4} - \frac{2x-1}{5}\right)$   
 $= 5(3x+2) - 4(2x-1)$   
 $= 15x + 10 - 8x + 4$

(4)

問3 次の(1), (2)の方程式を解きなさい。

(1)  $8 = -3x + 20$

(1)

(2)  $7x - 2(10 - 3x) = x - 50$

$7x - 20 + 6x = x - 50$   
 $12x = -30$

(2)

2 次の問いに答えなさい。

問1  $x = -2$  のとき,  $x^3 - 5x^2 - 10x + 15$  の値を求めなさい。  
 $(-2)^3 - 5 \times (-2)^2 - 10 \times (-2) + 15 = -8 - 20 + 20 + 15 = 7$

問1

問2 縦の長さが  $x$  cm, 周りの長さが 40 cm の長方形の横の長さを,  $x$  を使った最も簡単な式で表しなさい。  
 $(40 - x \times 2) \div 2 = 20 - x$  (cm)

問2

問3 今, 兄の年齢は妹の年齢の3倍で, 4年後には兄の年齢が妹の年齢の2倍になります。今の妹の年齢を求めなさい。  
 今の妹の年齢を  $x$  才とすると, 今の (式)  $3x + 4 = 2(x + 4)$   
 兄の年齢は  $3x$  才と表せる。これを解いて,  $x = 4$

問3

問4 関数  $y = -2x$  で,  $x$  の変域が  $-5 < x \leq 3$  のとき,  $y$  の変域を求めなさい。  
 $x = -5$  のとき,  $y = -2 \times (-5) = 10$  よって,  $y$  の変域は  
 $x = 3$  のとき,  $y = -2 \times 3 = -6$   $-6 \leq y < 10$

問4

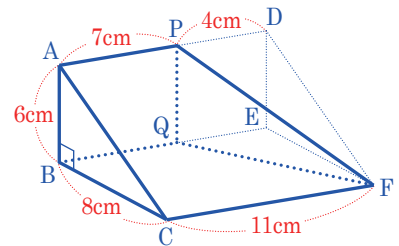
問5 半径が 15 cm, 弧の長さが  $20\pi$  cm ( $\pi$  は円周率) のおうぎ形の面積を求めなさい。  
 $\frac{1}{2} \times 20\pi \times 15 = 150\pi$  (cm<sup>2</sup>)

問5

問6 右の図のように,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = 6$  cm,  $BC = 8$  cm,  $CF = 11$  cm の三角柱 ABC-DEF の辺 AD, BE 上に  $AP = BQ = 7$  cm である点 P, Q をそれぞれとります。このとき, 点 A, B, C, P, Q, F を頂点とする立体の体積を求めなさい。  
 求める立体の体積は, 三角柱 ABC-DEF の体積から  
 四角錐 F-PQED の体積をひいて

$8 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 11 - \frac{1}{3} \times 6 \times 4 \times 8 = 264 - 64 = 200$  (cm<sup>3</sup>)

問6



問7 分母が1けたの自然数で, 分子が  $n$  である9個の分数  $\left\{\frac{n}{1}, \frac{n}{2}, \frac{n}{3}, \dots, \frac{n}{9}\right\}$  があります。この9個の分数を約分すると, すべてが自然数になるような最小の整数  $n$  の値を求めなさい。

整数  $n$  は 1~9 までの自然数の最小公倍数である。  
 1~9 までの素数の最小公倍数  $\rightarrow 2 \times 3 \times 5 \times 7 \dots$  ①  
 ①以外 ( $1, 4=2^2, 6=2 \times 3, 8=2^3, 9=3^2$ ) の  
 最小公倍数  $\rightarrow 2^3 \times 3^2 \dots$  ②

整数  $n$  は ①, ② の最小公倍数なので  
 $n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520$

問7

3 次の問いに答えなさい。

問1 島田君は家から1.6km離れた駅まで行くのに、はじめは毎分80mの速さで歩き、途中から毎分140mの速さで走ったところ、駅に着くまでに17分かかりました。このとき、島田君が毎分80mの速さで歩いた時間は何分ですか、求めなさい。  
 毎分80mの速さで歩いた時間を $x$ 分とすると  
 (式)  $80x+140(17-x)=1600$   
 これを解いて、 $x=13$

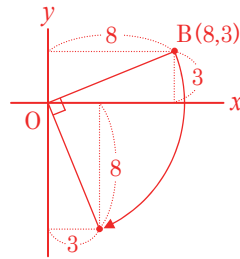
問1 

|    |   |
|----|---|
| 13 | 分 |
|----|---|

問2 箱の中に、白と黒のご石が入っていて、箱の中のご石全体の個数の40%が白のご石でした。箱の中の黒のご石を12個取り出し、代わりに白のご石を22個入れたところ、箱の中のご石全体の個数の45%が白のご石になりました。このとき、はじめに箱に入っていた白と黒のご石の合計の個数を $x$ 個として方程式をつくり、はじめに入っていた白のご石の個数を求めなさい。  
 黒のご石を12個取り出し、白のご石を22個入れた後の箱の中の白のご石の個数を、2通りの式で表す。

問2 (式)  $\frac{40}{100}x+22=\frac{45}{100}(x-12+22)$   
 (計算)  $40x+2200=45x+450$   
 $-5x=-1750$   
 $x=350$   
 白のご石は  
 $350 \times \frac{40}{100} = 140$   
 (答) 140 個

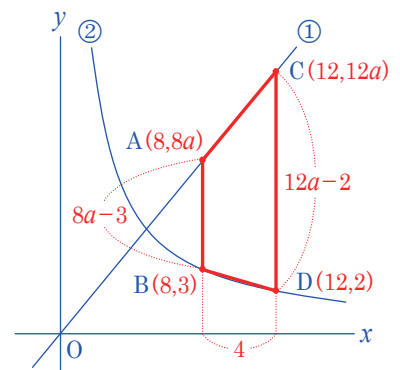
4 右の図のように、2つの関数  $y=ax (a>0) \dots \textcircled{1}$ ,  $y=\frac{24}{x} (x>0) \dots \textcircled{2}$  のグラフ上に $x$ 座標が8である点A, Bと $x$ 座標が12である点C, Dをそれぞれとります。このとき、次の問いに答えなさい。



問1 点Bを、原点を中心に時計回りに90度だけ回転移動したときに重なる点の座標を求めなさい。  
 右の図より、原点から $x$ 軸の正の方向へ3、 $y$ 軸の負の方向へ8だけ移動した点なので、(3, -8)

問1 

|            |
|------------|
| ( 3 , -8 ) |
|------------|



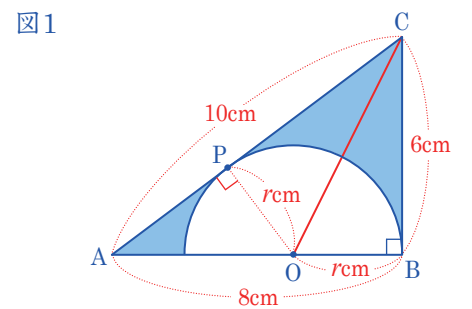
問2 四角形ABDCの面積が50のとき、 $a$ の値を求めなさい。  
 関数 $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ に $x=8, x=12$ をそれぞれ代入して  
 $A(8, 8a), B(8, 3), C(12, 12a), D(12, 2)$   
 四角形ABDC(台形)の面積が50なので  
 $(8a-3+12a-2) \times 4 \times \frac{1}{2} = 50$   
 これを解いて、 $a=\frac{3}{2}$

問2 

|                   |
|-------------------|
| $a = \frac{3}{2}$ |
|-------------------|

5 次の問いに答えなさい。ただし、円周率は $\pi$ とします。

問1 右の図1の $\triangle ABC$ は、 $\angle ABC=90^\circ$ ,  $AB=8\text{cm}$ ,  $BC=6\text{cm}$ ,  $CA=10\text{cm}$  の直角三角形です。また、点Oを中心とする半円Oは、 $\triangle ABC$ と点B, Pでそれぞれ接しています。図1を、線分ABを軸として1回転させるとき、 $\textcircled{\text{blue}}$ の部分が通過してできる立体の体積を求めなさい。

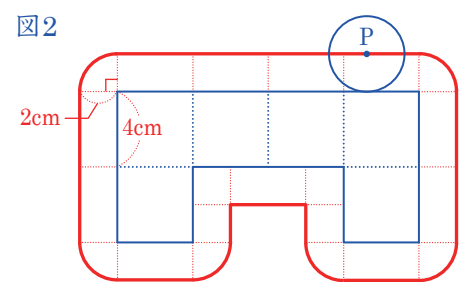


半円Oの半径を $r\text{cm}$ とすると  
 $\triangle ABC = \triangle OAC + \triangle OBC$   
 $8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 10 \times r \times \frac{1}{2} + 6 \times r \times \frac{1}{2}$   
 これを解いて、 $r=3$   
 求める体積は、円錐の体積から球の体積をひいて  
 $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 - \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 96\pi - 36\pi = 60\pi (\text{cm}^3)$

問1 

|                      |
|----------------------|
| $60\pi \text{ cm}^3$ |
|----------------------|

問2 右の図2で、半径が2cmの円Pが、1辺の長さが4cmの正方形を6個組み合わせた図形の外側を、矢印の向きに周にそって一周します。このとき、円の中心Pがえがく線の長さを求めなさい。



右の図より、直線部分の長さの合計は  
 $4 \times 11 + 2 \times 2 = 48 (\text{cm})$   
 曲線部分の長さの合計は  
 $2\pi \times 2 \times \frac{90}{360} \times 6 = 6\pi (\text{cm})$   
 よって、中心Pがえがく線の長さは  
 $6\pi + 48 (\text{cm})$

問2 

|                        |
|------------------------|
| $6\pi + 48 \text{ cm}$ |
|------------------------|

6 次の問いに答えなさい。

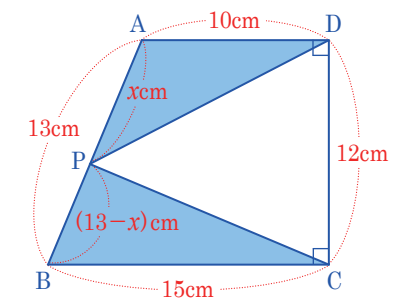
問1 座標平面上に2点P( $a, 6a-8$ ), Q( $5a+8, -4a$ )があります。関数  $y=3x$  のグラフが $\triangle OPQ$ の面積を二等分するとき、 $a$ の値を求めなさい。

線分PQの中点の座標は  
 $(\frac{a+5a+8}{2}, \frac{6a-8-4a}{2}) \rightarrow (3a+4, a-4) \dots \textcircled{1}$   
 $\textcircled{1}$ を $y=3x$ に代入して  
 $a-4=3(3a+4)$ より、 $a=-2$

問1 

|          |
|----------|
| $a = -2$ |
|----------|

問2 右の図の四角形ABCDは、 $\angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$ ,  $AB=13\text{cm}$ ,  $BC=15\text{cm}$ ,  $CD=12\text{cm}$ ,  $DA=10\text{cm}$  の台形です。辺AB上に点Pをとり、線分PC, PDをそれぞれ結びます。 $\triangle ADP$ と $\triangle BCP$ の面積の和が $70\text{cm}^2$ のとき、線分PAの長さを求めなさい。



$\triangle ADP = \triangle ABD \times \frac{AP}{AB}$   
 $= \triangle ABD \times \frac{x}{13} \dots \textcircled{1}$   
 $\triangle BCP = \triangle ABC \times \frac{BP}{AB}$   
 $= \triangle ABC \times \frac{13-x}{13} \dots \textcircled{2}$   
 $\triangle ADP$ と $\triangle BCP$ の面積の和が $70\text{cm}^2$ なので、 $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ より  
 $10 \times 12 \times \frac{1}{2} \times \frac{x}{13} + 15 \times 12 \times \frac{1}{2} \times \frac{13-x}{13} = 70$   
 これを解いて、 $x = \frac{26}{3}$

問2 

|                           |
|---------------------------|
| $\frac{26}{3} \text{ cm}$ |
|---------------------------|